全品

教辅图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧教辅

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第三册 RJB

本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。

江西美术出版社
全国百佳图书出版单位

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习 知识导学 素养初识

◆ **知识点一 等比数列的定义**

一般地，如果数列$\{a_n\}$从第2项起，每一项与它的前一项之比都等于______，即______恒成立，则称$\{a_n\}$为等比数列，其中$q(q\neq0)$称为等比数列的______.(数列至少应该有3项)

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，那么$\{a_n\}$是等比数列. ( )

(2)常数列一定为等比数列. ( )

◆ **知识点二 等比数列的通项公式**

1. 一般地，如果等比数列$\{a_n\}$的首项是a_1，公比是q，那么根据等比数列的定义可知，等比数列的通项公式是______.

等比数列的通项公式说明，只要确定了等比数列的首项与公比，就可以写出等比数列中的每一项.

2. 等比数列任意两项间的关系：如果a_n是等比数列$\{a_n\}$的第n项，a_m是等比数列$\{a_n\}$的第m项，且$m\leqslant n$，公比为q，则有______.

3. 在等比数列$\{a_n\}$中，$\frac{a_m}{a_n}=$______或$a_m=$______.

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

课中探究 考点探究 素养小结

◆ **探究点一 等差中项及其应用**

例1 (1)在等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_5+a_6=60$，则a_2+a_8的值为 ( )

A. 15 B. 20 C. 30 D. 40

(2)[2024·辽宁大连高二期中] 在a和b两数之间插入2023个数，使它们与a,b组成等差数列$\{c_n\}$，则$c_{1013}=$ ( )

A. $\frac{b-a}{2}$ B. $\frac{b-a}{3}$

C. $\frac{a+b}{2}$ D. $\frac{ab}{3}$

变式 (1)等差数列$1+x,2x+2,5x+1,\cdots$的第4项等于 ( )

A. 10 B. 6

C. 8 D. 12

(2)[2024·贵州安顺高二期末] 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=3,a_{n+1}=\lambda a_n-4(\lambda>1,n\in\mathbf{N}^*)$，且$a_2+2$是$a_1$和$a_2+6$的等差中项，则实数$\lambda$的值为______.

[素养小结]

a,b,c成等差数列的充要条件是$b=\frac{a+c}{2}$(或$2b=a+c$)，可用来进行等差数列的判定，如要证$\{a_n\}$为等差数列，可证$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$.

◆ **探究点二 等差数列的性质的应用**

例2 [2025·陕西铜川高二期中] 若等差数列$\{a_n\}$满足$a_2+a_5+a_{16}+a_{19}=2$，则$a_8+a_{13}=$ ( )

A. 1 B. -1 C. 4 D. 2

变式 在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_7+a_{10}=a_{11}+3$，则$a_1+a_2+\cdots+a_{11}$的值是 ( )

A. 33 B. 66

C. 22 D. 44

[素养小结]

与等差数列的性质有关的问题，意在考查逻辑推理、数学运算的核心素养.求解的关键：

(1)等差数列任意两项间的关系$a_n=a_m+(n-m)d$常用于求其他项或求公差；

(2)若$n+m=2p(p,m,n\in\mathbf{N}^*)$，则$a_n+a_m=2a_p$，常用于求两项的等差中项；

(3)若$n+m=p+q(p,q,m,n\in\mathbf{N}^*)$，则$a_n+a_m=a_p+a_q$，常用于两项和的转化.

拓展 已知等差数列$\{a_n\}$和等差数列$\{b_n\}$各有100项，且$a_1=5,a_2=8,b_1=3,b_2=7$，问两数列共有多少个相同的项？记这些相同的项从小到大依次构成数列$\{c_n\}$，问数列$\{c_n\}$是否为等差数列？

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型三　等差、等比数列的函数特性

[类型总述] (1)数列的单调性;(2)数列中的最大(小)项.

例 3 (1)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1>0$,且 $S_3=S_{16}$,则 S_n 取得最大值时,$n=$ (　)

A. 9　　B. 10

C. 9 或 10　　D. 10 或 11

(2)(多选题)设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,则下列说法正确的是 (　)

A. 若 $a_n=-3n+19$,则 S_6 最大

B. 若等比数列$\{a_n\}$是递减数列,则其公比 q 满足 $0<q<1$

C. 若$\{a_n\}$是等差数列且 $S_{2025}>0$,则 $a_{1013}>0$

D. 若$\{a_n\}$为等差数列,则数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$也是等差数列

变式 (1)(多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的公差 $d>0$,则下列说法中正确的有 (　)

A. 数列$\{a_{2n-1}\}$是等差数列

B. 数列$\{2a_n-1\}$是等差数列

C. 数列$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$是递增数列

D. 数列$\{a_n+3nd\}$是递增数列

(2)(多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 能取到最大值,且满足 $a_{10}+a_{11}<0$,$a_{10}\cdot a_{11}<0$,则以下结论中正确的是 (　)

A. 数列$\{a_n\}$是递减数列

B. 数列$\{S_n\}$是递减数列

C. 数列$\{S_n\}$的最大项是 S_{10}

D. 数列$\{S_n\}$的最小的正项是 S_{19}

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

9. (多选题)下列说法中正确的是 (　)

A. $f(x)=x+\frac{1}{e^x}(x\in\mathbf{R})$的最小值为 1

B. $f(x)=\frac{e^x}{x}(x>0)$的最小值为 1

C. $f(x)=x-\ln x(x>0)$的最小值为 1

D. $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}(x>0)$的最小值为 1

▶ 思维探索 选做题

★15. 已知函数 $f(x)=\ln x$,$g(x)=2x$,若存在 m,n 使得 $f(m)=g(n)$,则 mn 的最小值是________.

16. (15 分)已知函数 $f(x)=a\ln x-x^2$.

(1)讨论 $f(x)$的单调性;

(2)若 $a\neq0$,$f(x)\leqslant8\ln 2-4$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

▶ 滚动习题(二)

范围 5.1～5.5

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题: 本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,a_5,a_{14} 是函数 $f(x)=x^2-3x-2$ 的两个零点,则 $a_3+a_8+a_{11}+a_{16}=$ (　)

A. 3　　B. 6

C. 8　　D. 9

二、多项选择题: 本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 在等差数列$\{a_n\}$中,已知 $a_3=10$,$a_{11}=-6$,S_n 是其前 n 项和,则 (　)

A. $a_7=2$　　B. $S_{10}=54$

C. $d=-2$　　D. $\frac{S_7}{7}>\frac{S_8}{8}$

CONTENTS 目录

05 第五章 数列
PART FIVE

06 第六章　导数及其应用

PART SIX

本书精选带★题目，助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

测 评 卷

第五章　数列

5.1　数列基础

5.1.1　数列的概念

一、选择题

1. 若数列$\{a_n\}$的前 4 项依次是$\frac{1}{2}$,$-\frac{1}{3}$,$\frac{1}{4}$,$-\frac{1}{5}$,则此数列的通项公式可能为$a_n=$（　）

A. $\frac{(-1)^{n-1}}{n}$　　B. $\frac{(-1)^n}{n}$

C. $\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$　　D. $\frac{(-1)^n}{n+1}$

2. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\begin{cases}3n+1, n\text{ 是奇数},\\ 2n-2, n\text{ 是偶数},\end{cases}$则$a_2\cdot a_3=$（　）

A. 70　　B. 28　　C. 20　　D. 8

3. [2024・四川乐山高二期末] 已知数列 1,$\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$,3,…,按此规律,$3\sqrt{3}$是该数列的（　）

A. 第 11 项　　B. 第 12 项

C. 第 13 项　　D. 第 14 项

4. [2024・河南焦作高二期末] 观察数列 1,1,2,3,a,8,13,21,…的特点,则$a=$（　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

5. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$,则数列$\{a_n\}$中的最大项的项数为（　）

A. 2　　B. 3

C. 2 或 3　　D. 4

6. 已知函数$f(x)=x+\frac{1}{x}$,设数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=f(n)(n\in\mathbf{N}_+)$,则下列说法中错误的是（　）

A. $\{a_n\}$是无穷数列

B. $\{a_n\}$是递增数列

C. $\{a_n\}$不是常数列

D. $\{a_n\}$中有最大项

7. [2025・吉林松原高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n^2-tn(n\in\mathbf{N}^*)$,若数列$\{a_n\}$是递增数列,则正实数$t$的取值范围为（　）

A. $0<t<3$　　B. $1<t<3$

C. $0<t\leqslant 2$　　D. $1<t\leqslant 2$

8. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{3n-16}$,则（　）

A. 数列$\{a_n\}$为递增数列

B. $a_4+a_8=2a_6$

C. a_5为最小项

D. a_6为最大项

9. (多选题)对于无穷数列$\{a_n\}$,定义:$b_n=a_n-\frac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}_+)$,称数列$\{b_n\}$是$\{a_n\}$的“倒差数列”,则下列说法正确的有（　）

A. 若数列$\{a_n\}$是递增数列,则数列$\{b_n\}$为递增数列

B. 若数列$\{b_n\}$是常数列,$a_{n+1}-a_n\neq 0$,则$a_{n+2}=a_n$

C. 若$a_n=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$,则数列$\{b_n\}$没有最小项

D. 若$a_n=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$,则数列$\{b_n\}$有最大项

二、填空题

10. 下列是数列的是________;是有穷数列的是________;是无穷数列的是________.

①{1,3,5,7,9};②4,3,2,1,0;③所有无理数;④1,2,3,4,…;⑤2,2,2,2,2.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

11. 如图,三角形数阵由数列 2,5,8,11,14,… 排列而成,按照此规律,下列结论正确的是________.(填序号)

2

5　8

11　14　17

20　23　26　29

…　…　…　…　…

①数阵中第 7 行从左至右第 4 个数是 74;
②数阵中第 8 行从左至右第 4 个数是 101;
③数阵中第 10 行的第 1 个数是 137;
④数阵中第 10 行从左至右第 4 个数是 146.

12. 在数列$\{a_n\}$中,对任意的正整数 n,都有 $a_n=n^2+\lambda n$ 成立.若数列$\{a_n\}$是递增数列,则实数 λ 的取值范围是________.

三、解答题

13. (13 分)写出以下各数列$\{a_n\}$的一个通项公式.(可以不写过程)

(1)3,5,9,17,33,…;

(2)$\frac{2}{3},\frac{4}{15},\frac{6}{35},\frac{8}{63},\cdots$;

(3)$\frac{3}{2},1,\frac{5}{8},\frac{3}{8},\cdots$;

(4)$1,0,-\frac{1}{3},0,\frac{1}{5},0,-\frac{1}{7},0,\cdots$.

14. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n^2}{n^2+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,数列$\{b_n\}$的通项公式为 $b_n=n^2+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)0.98 是不是数列$\{a_n\}$中的项?

(2)判断数列$\{a_n\}$的单调性,并求该数列的最小项.

(3)若 $c_n=\lg a_n+\lg b_n(n\in\mathbf{N}^*)$,求满足 $c_n>3$ 的最小正整数 n 的值.

思维探索 选做题

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\begin{cases}2^n-1,n\leqslant 4,\\-n^2+(a-1)n,n\geqslant 5,\end{cases}$ 若 a_5 是$\{a_n\}$的最大项,则实数 a 的取值范围是________.

16. (15 分)[2024·北京延庆区高二期末] 已知数列$\{a_n\}$具有性质 A:对任意 $a_i,a_j(i\leqslant j,i,j\in\mathbf{N}_+)$,都存在 a_k,使得 $a_k=a_ia_j$.分别判断以下两个数列是否满足性质 A,并说明理由.

(1)有穷数列$\{a_n\}$:$a_n=2n-1(n=1,2,3)$;

(2)无穷数列$\{b_n\}$:$b_n=2^{n-1}(n=1,2,3,\cdots)$.

5.1.2 数列中的递推

一、选择题

1. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_{n+1}=3-a_n$,则$a_{10}=$（　　）

A. -2　　B. 2

C. 1　　D. -1

2. [2024·上海闵行区高二期中] 数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=3a_n$,$a_3+a_4=2$,则$a_4+a_5=$（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 6　　D. 8

3. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且满足$S_n=2^n-1$,则$a_{10}=$（　　）

A. 256　　B. 512

C. 1024　　D. 2048

4. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$,$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$,则$a_n=$（　　）

A. $4+\frac{1}{n}$　　B. $4-\frac{1}{n}$

C. $2+\frac{1}{n}$　　D. $2-\frac{1}{n}$

5. 若S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_n=2a_n-2$,则当$n\geqslant 2$时,a_n与a_{n-1}的关系为（　　）

A. $a_n=2a_{n-1}$　　B. $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$

C. $a_n=-2a_{n-1}$　　D. $a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}$

6. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+3,n\text{ 为奇数},\\2a_n+1,n\text{ 为偶数},\end{cases}$则$a_6=$（　　）

A. 16　　B. 25

C. 28　　D. 33

★7. 设$\Omega(a_n)$表示落在区间$[n,a_n]$内的偶数个数,已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}-a_n=4n(n\in\mathbf{N}^*)$,$a_1=8$,则$\Omega(a_9)=$（　　）

A. 71　　B. 72

C. 73　　D. 76

8. (多选题)[2024·甘肃金昌高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=-\frac{1}{2}$,$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$,则（　　）

A. $a_3=\frac{2}{3}$

B. $S_{3n+3}-S_{3n}=\frac{19}{6}$

C. $S_{19}=19$

D. $a_{n-1}a_na_{n+1}=-1(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$

9. (多选题)[2025·河北秦皇岛高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n\cos n\pi$,$a_1=1$,则（　　）

A. $a_3=-1$

B. 当n是偶数时,$a_{n+1}+a_n=0$

C. 数列$\{|a_n|\}$是常数列

D. $\sum\limits_{k=1}^{2023}a_k=-1$

二、填空题

10. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$,则$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

11. [2025·广东肇庆高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=\frac{1}{2}(n^2+n)$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

12. [2025·浙江温州高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}+(-1)^na_n=n$,则$S_{20}=$________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n $(n\in\mathbf{N}^*)$,且 $\frac{1}{2}S_1+\frac{1}{2^2}S_2+\cdots+\frac{1}{2^n}S_n=3n+5$,求 a_1,a_2 及数列$\{a_n\}$的通项公式.

14. (13 分)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=m(m\in\mathbf{N}_+)$,且 $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2},a_n\text{ 为偶数},\\3a_n+1,a_n\text{ 为奇数}.\end{cases}$

(1)设 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若 $a_1=32$,求 S_{30};

(2)若 $a_6=1$,求 m 的所有取值的和.

思维探索 选做题

15. (多选题)在无穷数列$\{b_n\}$中,若 $b_p=b_q(p,q\in\mathbf{N}^*)$时,总有 $b_{p+1}=b_{q+1}$,则定义$\{b_n\}$为"阶梯数列".设$\{a_n\}$为"阶梯数列",其前 n 项和为 S_n,且 $a_1=a_4=1$,$a_5=\sqrt{3}$,$a_8a_9=2\sqrt{3}$,则 ( )

A. $a_7=1$

B. $a_8=2a_4$

C. $S_{10}=10+3\sqrt{3}$

D. $a_{2024}=\sqrt{3}$

16. (多选题)[2025·安徽蚌埠高二期末] 已知数列$\{F_n\}$满足 $F_1=F_2=1$,$F_{n+2}=F_{n+1}+F_n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ( )

A. $F_{n+1}\geqslant F_n$

B. $F_n+F_{n+2}>2F_{n+1}$

C. $F_{2025}-F_{2000}>25F_{1999}$

D. $F_{1013}+F_{1014}>F_2+F_{2023}$

5.2 等差数列

5.2.1 等差数列

第1课时 等差数列的定义和通项公式

一、选择题

1. [2024·北京育才学校高二期中]已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n-3$且$a_1=7$,则a_3的值是 ( )

A. -3　　B. 4

C. 1　　D. -2

2. 已知$\{a_n\}$是首项为1,公差为3的等差数列,如果$a_k=2023(k\in\mathbf{N}_+)$,则$k$等于 ( )

A. 667　　B. 668

C. 669　　D. 675

3. 已知数列$\{a_n\}$是首项为2,公差为3的等差数列,数列$\{b_n\}$是首项为-2,公差为4的等差数列.若$a_n=b_n$,则n的值为 ( )

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

4. [2025·重庆沙坪坝区高二期末]已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=\begin{cases}12,n=1,\\a_{n-1}-2,1<n\leqslant 6,\end{cases}$则点$(n,a_n)$所在直线的斜率为 ( )

A. -1　　B. 1

C. 2　　D. -2

5. [2024·河南南阳高二期末]若$\{a_n\}$是各项均为正数的等差数列且为无穷数列,$a_3+a_9=6$,则$\{a_n\}$的公差d的取值范围是 ( )

A. $[1,2)$　　B. $\left(0,\dfrac{3}{5}\right)$

C. $\left(\dfrac{3}{5},+\infty\right)$　　D. $\left[0,\dfrac{3}{5}\right)$

6. [2025·广西南宁高二期中]若关于x的方程$(x^2-4x+m)(x^2-4x+n)=0$的四个根组成一个首项为$\dfrac{1}{2}$的等差数列,则该数列的公差为 ( )

A. 1　　B. $\dfrac{3}{4}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{3}{8}$

***7.** 已知数列$\left\{\dfrac{2}{a_n+1}\right\}$是等差数列,且$a_1=1$,$a_3=-\dfrac{1}{3}$,那么$a_{2024}=$ ( )

A. $\dfrac{1011}{1012}$　　B. $-\dfrac{1011}{1012}$

C. $\dfrac{2020}{2023}$　　D. $-\dfrac{2020}{2023}$

8. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的首项为$-\dfrac{3}{2}$,若数列$\{a_n\}$从第6项起出现正数,则公差d的值可能为 ( )

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{3}{10}$

C. $\dfrac{3}{8}$　　D. $\dfrac{3}{7}$

9. (多选题)设所有被3除余2的自然数从小到大组成数列$\{a_n\}$,所有被5除余2的自然数从小到大组成数列$\{b_n\}$,把$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的公共项从小到大排列得到数列$\{c_n\}$,则 ( )

A. $a_3+b_5=c_3$　　B. $a_{46}=c_{10}$

C. $a_5b_2<c_8$　　D. $c_9-b_9=a_{26}$

二、填空题

10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=(\sqrt{a_n}+3)^2$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

11. [2025·江西赣州高二期中]已知数列$\{a_n\}$是公差为$d(d>0)$的等差数列,若$\{a_n\}$的连续四项是集合$\{-6,-2,0,2,6\}$中的元素,则$d=$________.

12. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{2}{3}$,$a_{n+1}=\dfrac{2a_n}{a_n+2}$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为____________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_5=24$,$a_{17}=66$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求a_{2028}.

14. (13 分)已知等差数列 8,5,2,….

(1)求该数列的第 20 项.

(2)试问-121是不是该等差数列的项?如果是,指明是第几项;如果不是,试说明理由.

(3)该数列共有多少项位于区间$[-200,0]$内?

思维探索 选做题

15. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1, n\text{ 为奇数}, \\ a_n+2, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$记$b_n=a_{2n}$,则数列$\{b_n\}$的通项公式为____________.

16. (15 分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{5}$,且当$n>1$,$n\in\mathbf{N}^*$时,有$\frac{a_{n-1}}{a_n}=\frac{2a_{n-1}+1}{1-2a_n}$,设$b_n=\frac{1}{a_n}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求证:数列$\{b_n\}$为等差数列.

(2)a_1a_2是否为数列$\{a_n\}$中的项?如果是,是第几项;如果不是,请说明理由.

第2课时　等差数列的性质

一、选择题

1. 已知 m 和 $2n$ 的等差中项是 4，$2m$ 和 n 的等差中项是 5，则 m 和 n 的等差中项是（　　）

A. 2　　B. 3

C. 6　　D. 9

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_7+a_9=16$，则 $a_4+a_{12}=$（　　）

A. 15　　B. 16

C. 31　　D. 64

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_4+a_7=58$，$a_2+a_5+a_8=44$，则 $a_3+a_6+a_9$ 的值为（　　）

A. 30　　B. 27

C. 24　　D. 21

4. ［2025·江西南昌高二期中］在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_3=3$，$a_1a_5=8$，则该数列的公差为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. 2　　D. $\pm\frac{1}{2}$

5. 已知 $x\neq y$，数列 x,a_1,a_2,y 与 x,b_1,b_2,b_3,y 都是等差数列，则$\frac{a_2-a_1}{b_2-b_1}$的值是（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{5}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

6. ［2025·云南丽江高二期中］已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为 0，且 $a_{2025}=0$，若 $a_1+a_2+\cdots+a_m=a_1+a_2+\cdots+a_n$ 且 $m\neq n$，则 $m+n=$（　　）

A. 4047　　B. 4046

C. 2025　　D. 4049

7. 已知数列$\{a_n\}$，则“$a_{n-2}+a_{n+2}=2a_n(n\geqslant 3,n\in\mathbf{N}^*)$”是“数列$\{a_n\}$是等差数列”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. （多选题）若无穷数列$\{a_n\}$是等差数列，且各项均为正数，$a_7+a_9=10$，则（　　）

A. $a_2+a_8+a_{14}=15$

B. 当 $a_1=\frac{3}{2}$时，$\{a_n\}$的公差为 2

C. $\{a_n\}$的公差 d 的取值范围是$\left(0,\frac{5}{7}\right)$

D. 当 a_{14} 为整数时，a_{14} 的最大值为 9

9. （多选题）［2024·江苏镇江句容中学高二月考］已知等差数列$\{a_n\}$的首项是正数，记 S_n 为其前 n 项和，若 $a_1+a_2+a_3=S_{10}$，则下列结论中正确的有（　　）

A. $d<0$

B. $S_{13}=0$

C. $\{a_n\}$是先增后减的数列

D. $S_6=S_7$ 且为 S_n 的最大值

二、填空题

10. 在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_7=m$，$a_{14}=n$，则 $a_{21}=$________；若 $a_3=5$，则 $a_1+2a_4=$________.

11. 小明玩投放石子游戏，从 A 处出发，先走 1 m 放下 1 枚石子，再走 4 m 放下 3 枚石子，再走 7 m 放下 5 枚石子，再走 10 m 放下 7 枚石子……照此规律最后走到 B 处放下 35 枚石子. 则小明从 A 处到 B 处的路程为________ m.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_2+a_4+2a_7=12$，则 $2a_9-a_{13}$ 的值为________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分)已知数列$\{a_n\}$为等差数列,且公差为d.

(1)若$a_{15}=8$,$a_{60}=20$,求a_{105}的值;

(2)若$a_2+a_3+a_4+a_5=34$,$a_2a_5=52$,求公差d.

14. (13 分)已知等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1,公差为d,若以第 2 项为首项,每隔两项取出一项组成一个新的数列$\{b_n\}$,则这个数列是等差数列吗?若是,求出其公差,其中b_n为数列$\{a_n\}$的第几项?

思维探索 选做题

15. (多选题)若数列$\{a_n\}$是等差数列,其公差$d>0$,则下列关于数列$\{b_n\}$的说法正确的是 ( )

A. 若$b_n=-a_n$,则数列$\{b_n\}$是递减数列

B. 若$b_n=a_n^2$,则数列$\{b_n\}$是递增数列

C. 若$b_n=a_n+a_{n+1}$,则数列$\{b_n\}$是公差为d的等差数列

D. 若$b_n=a_n+n$,则数列$\{b_n\}$是公差为$d+1$的等差数列

16. (15 分)已知数列$\{a_n\}$满足$2^{a_{n+1}}=2^{a_n}+2^{\log_4 8}$,$n\in\mathbf{N}^*$,且$a_1=\dfrac{3}{2}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)是否存在正整数n,使得a_n,a_{n+1},a_{n+2}成等差数列?若存在,求出n的值;若不存在,请说明理由.

5.2.2 等差数列的前 n 项和

第 1 课时 等差数列的前 n 项和公式

一、选择题

1. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_2=2$，公差 $d=2$，则 $S_{10}=$ ( )

A. 200　B. 100

C. 90　D. 80

2. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=2, S_3=12$，则 $a_6=$ ( )

A. 8　B. 10

C. 12　D. 14

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_7=21, a_2=5$，则$\{a_n\}$的公差 $d=$ ( )

A. -3　B. 3

C. 1　D. -1

★4. [2024·安徽合肥高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=pn^2+qn+r$（p,q,r 为常数，且 $p\neq 0, n\in\mathbf{N}^*$），则"$\{a_n\}$是等差数列"是"$r=0$"的 ( )

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_{m-1}=-2(m\geqslant 2), S_m=0, S_{m+1}=3$，则 $m=$ ( )

A. 3　B. 4

C. 5　D. 6

6. 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1=1$，公差 $d=2$，且 $S_{n+2}-S_n=36$，则 n 的值为( )

A. 7　B. 8

C. 9　D. 10

7. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{3n}=\frac{3}{4}n(n+1)$，则$\{a_n\}$的公差为 ( )

A. 1　B. 2

C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{1}{2}$

8. (多选题)[2025·黑龙江鸡西高二期中] 设 d, S_n 分别为各项均不相等的等差数列$\{a_n\}$的公差和前 n 项和，若 $S_{10}=S_{20}$，则下列说法中正确的是 ( )

A. $a_{15}a_{16}>0$

B. $S_{30}=0$

C. 当 $d>0$ 时，$a_{10}+a_{22}>0$

D. 当 $d<0$ 时，$|a_{10}|>|a_{22}|$

9. (多选题)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_8>0, S_{17}<0$，则下列结论正确的有 ( )

A. $a_8+a_9<0$

B. $a_9<0$

C. 数列$\{a_n\}$为递减数列

D. 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $S_n\leqslant S_8$

二、填空题

10. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_2+a_7+a_{12}=30$，则 $a_7=$________，$S_{13}=$________.

11. 在公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$中，S_n 为其前 n 项的和，若 $S_{30}=5(a_5+3a_{10}+2a_k)$，则正整数 $k=$________.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，a_1 为整数，$a_2=-13, S_n\geqslant S_8$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=$________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

13. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 是 n 的二次函数,且 $a_1=-2,a_2=2,S_3=6$.

(1)求 S_n;

(2)证明:数列$\{a_n\}$是等差数列.

14. (13 分)[2024·陕西韩城高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $a_3a_{10}=-40,S_5=-20$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求使$\frac{S_n}{a_n}<1$成立的 n 的取值集合.

▶ 思维探索 选做题

15. (多选题)[2025·黑龙江哈尔滨高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_2<-a_{13}<a_1$,则 ( )

A. $a_7>0$

B. $a_8<0$

C. $S_{15}>0$

D. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是递减数列

16. 在等差数列$\{a_n\}$中,首项 $a_1=3$,公差 $d=2$,若某学生对其中连续 10 项进行求和,在遗漏掉一项的情况下,求得余下 9 项的和为 185,则此连续 10 项的和为________.

第2课时　等差数列的前n项和的性质及其应用

一、选择题

1. 若$\{a_n\}$为等差数列，其前n项和为S_n，$S_4=2$，$S_8=6$，则$S_{12}=$　(　　)

A. 10　　B. 12　　C. 14　　D. 16

2. 已知$\{a_n\}$为等差数列，若$a_1+a_2+a_3=5$，$a_7+a_8+a_9=10$，则$a_{19}+a_{20}+a_{21}=$　(　　)

A. 19　　B. 20　　C. 21　　D. 22

3. 把100个面包分给5个人，使每个人所得成等差数列，且使较大的三份之和是较小的两份之和的7倍，则最小的一份面包个数为　(　　)

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{10}{3}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{11}{6}$

4. 已知一个等差数列的项数为奇数，其中所有奇数项的和为264，所有偶数项的和为253，则此数列的项数是　(　　)

A. 43　　B. 45　　C. 47　　D. 49

5. [2024·湖北黄冈高二期中] 设S_n，T_n分别是等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n}{2n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则$\frac{a_5}{b_6}=$　(　　)

A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{9}{19}$　　C. $\frac{11}{23}$　　D. $\frac{9}{23}$

6. [2025·上海宝山区高二期中] 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_1>0$且$S_{20}=0$，则当S_n取得最大值时n的值为　(　　)

A. 5　　B. 10　　C. 15　　D. 20

7. [2025·福建莆田高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d，若$S_{10}<S_9<S_{11}$，则下列说法不正确的是　(　　)

A. $d>0$　　B. $a_1<0$　　C. $S_{20}>0$　　D. $S_{21}<0$

8. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=An^2+Bn$，若$S_{13}=S_{15}>0$，则下列说法正确的有　(　　)

A. 数列$\{a_n\}$是等差数列

B. S_n的最小值为S_{14}

C. S_n的最大值为S_{14}

D. 若$a_n<0$，则n的最小值为15

9. (多选题)[2024·广东广雅中学高二期中] 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$\{a_n\}$的公差$d>0$，则下列说法一定正确的有　(　　)

A. S_3，S_6-S_3，S_9-S_6成等差数列

B. $\frac{S_3}{3}$，$\frac{S_6}{6}$，$\frac{S_9}{9}$成等差数列

C. 若等差数列$\{a_n\}$的项数为$2n+1$，$S_{奇}$为所有奇数项的和，$S_{偶}$为所有偶数项的和，则$S_{奇}-S_{偶}=a_{n+1}$

D. 若$S_9-S_6=0$，则当$n=7$时，S_n取得最小值

二、填空题

10. 已知首项为2的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是公差为1的等差数列$(n\in\mathbf{N}^*)$，若$S_n<100$，则$n$的最大值为________.

11. 已知两个等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n，T_n，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{5n+2}{n+3}$，则$\frac{a_5+a_6}{b_5+b_6}$的值为________.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则“$a_{2024}=0$”是“$S_n=S_{4047-n}(n<4047,n\in\mathbf{N}^*)$”的____________条件.(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”中的一个)

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$,$a_2=2$,$a_{n+2}-a_n=3$.

(1)求 a_{2n};

(2)当 n 为奇数时,求数列$\{a_n\}$的前 n 项和S_n.

14. (13 分)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n,且 $4a_1+a_3=16$,$S_5=8a_2$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若 $S_{m+k}-S_m=119$,求正整数 m,k 的值.

▶ 思维探索 选做题

15. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$均为等差数列,其前 n 项和分别为 S_n,T_n,且$\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{12-2n}{n+3}$,若$\dfrac{a_n}{b_n}\geqslant\lambda$ 对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立,则实数 λ 的最大值为 ( )

A. $\dfrac{5}{2}$　　B. 0　　C. -2　　D. 2

16. (多选题)[2025·福建泉州高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=kn^2+n-k+2$,则下列说法正确的是 ( )

A. 若$\{a_n\}$是等差数列,则 $k=2$

B. 若$\{a_n\}$不是递增数列,则 $k\leqslant\dfrac{2}{3}$

C. 若 $S_n<S_{n+2}$,则 $k>2$

D. 若$\dfrac{S_n}{n}$的最小值为 3,则 $k\geqslant\dfrac{2}{3}$

滚动习题(一)

范围 5.1～5.2

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知数列$\{a_n\}$为 3,5,7,9,…,则该数列的通项公式可能是 (　　)

A. $a_n=2n+1$　　B. $a_n=2^n+1$

C. $a_n=2^{n+1}$　　D. $a_n=2^{n+1}-1$

2. 已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数,首项 $a_1=3$,且数列$\{\log_3 a_n\}$是以-2为公差的等差数列,则 $a_3=$ (　　)

A. $\frac{1}{27}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. 1　　D. 9

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_3=3,S_6=9$,则 $S_{12}=$ (　　)

A. 12　　B. 15

C. 18　　D. 30

4. [2024·北京怀柔区高二期末] 若 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$S_8>S_n(n\neq 8,n\in\mathbf{N}^*)$,则 (　　)

A. $a_8\geqslant 0,a_9<0$

B. $a_8>0,a_9<0$

C. $a_8=0,a_9<0$

D. $a_8>0,a_9=0$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n,T_n,若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n}{2n+3}$,且$\forall n\in\mathbf{N}^*$,$\exists M>0$,$\frac{a_n}{b_n}<M$,则 M 的最小值为 (　　)

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

6. [2024·黑龙江哈尔滨六中高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1+3a_2+5a_3+\cdots+(2n-1)a_n=n(n\in\mathbf{N}^*)$,若 $b_n=a_n\cdot a_{n+1}$,则$\{b_n\}$的前 2024 项和为 (　　)

A. $\frac{2023}{4047}$　　B. $\frac{2024}{4049}$

C. $\frac{4046}{4047}$　　D. $\frac{4048}{4049}$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_{2023}<0,S_{2024}>0$,则下列结论正确的是 (　　)

A. $\{a_n\}$是递减数列

B. $a_{1012}<0,a_{1013}>0$

C. $|a_{1013}|>|a_{1012}|$

D. $S_n\geqslant S_{1012}$

8. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_1=-5$,$a_{n+1}=a_n+2$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $\{a_n\}$是递增数列

B. 数列$\{S_n\}$的最小项为 S_6

C. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是等差数列

D. $S_m,S_{2m},S_{3m}(m\in\mathbf{N}^*)$成等差数列

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. 已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n\cdot 2^n}{n+1}$,其中 $a_1=1$,则 $a_8=$________.

10. 一个等差数列共有 $2n$ 项,奇数项的和与偶数项的和分别为 24 和 30,且末项比首项大 10.5,则该数列的项数是________.

11. [2025·河北沧州高二期中] 已知 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若$\frac{S_m}{m}-S_1=1(m\geqslant 2$,且 $m\in\mathbf{N}_+)$,则$\frac{S_{2m-1}}{2m-1}-S_1=$________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

四、解答题：共大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1=-7$，$S_3=-15$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求 S_n 的最小值.

13. (15 分)(1)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_{10}=120$，且在这 10 项中，$\frac{S_{奇}}{S_{偶}}=\frac{11}{13}$，求$\{a_n\}$的公差 d.

(2)已知等差数列$\{a_n\}$的前 m 项和为 30，前 $2m$ 项和为 100，求数列$\{a_n\}$的前 $3m$ 项和 S_{3m}.

14. (15 分)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n-2n+1$.

(1)计算 a_2，a_3，猜想$\{a_n\}$的通项公式并加以证明；

(2)设 $b_n=\frac{a_n^3}{3^{a_n}}$，求数列$\{b_n\}$取得最大值时 n 的值.